BAB II
LANDASAN TEORI

2.1. Manajemen Logistik

Manajemen logistik adalah suatu ilmu pengetahuan dan atau seni serta proses, mengenai perencanaan dan penentuan kebutuhan pengadaan, penyimpanan, penyaluran dan pemeliharaan serta penghapusan material/alat-alat. (Abbas, 2012). Menurut Nasution (2004) manajemen logistik sebagai proses yang secara strategik mengatur pengadaan bahan (*procurement*), perpindahan dan penyimpanan bahan, komponen dan penyimpanan barang jadi (dan informasi terkait) melalui organisasi dan jaringan pemasarannya dengan cara tertentu.

Logistik modern dapat didefinisikan sebagai proses pengelolaan yang strategis terhadap pemindahan dan penyimpanan barang, suku cadang dan barang jadi dari para supplier, diantara fasilitas-fasilitas perusahaan dan kepada para pelanggannya. Tujuan dari logistic adalah menyampaikan barang jadi dan bermacam – macam matrial dalam jumlah yang tepat pada waktu yang dibutuhkan dalam keadaan yang dapat dipakai, ke lokasi dimana ia dibutuhkan, dan dengan total biaya yang terendah. Melalui proses logistiklah matrial mengalir ke komplek manufacturing yang sangat luas dari Negara industri, dan produk – produk didistribusikan melalui saluran saluran distribusi untuk kosumsi. Penyelenggaraan logistik merupakan suatu aspek penting dari operasi perusahaandan juga pemerintah. (Abbas, 2012).

2.1.1. Pengertian Manajemen Logistik

Yang dimaksud manajemen logistik menurut Abbas (2012) adalah sebagai berikut:

"Manajemen logistik adalah suatu proses kegiatan fungsional untuk mengelola material, yang meliputi kegiatan perencanaan dan penentuan kebutuhan, penganggaran pengadaan, penyimpanan dan penyaluran, pemeliharaan, penghapusan dan pengendaliannya. Menurut Khisty (2014), "menjelaskan mengenai konsep manajemen logistik secara menyeluruh sebagai berikut:

Manajemen logistik menyangkut operasi dan koordinasi. Operasi logistik menyangkut pengangkutan dan penyimpanan yang strategis. Guna mencapai misi total operasi, maka diperlukan koordinasi dengan penekanan pada aspek integrasi, distribusi fisik, manajemen material, dan transfer inventaris internal. "

Di dalam manajemen logistik, terdapat unsur-unsur yang menjadi masukannya, seperti halnya yang menjadi unsur-unsur masukan dari manajemen itu sendiri. Adapun unsur-unsur masukan tersebut meliputi unsur manusia (*man*), uang/dana (*money*), bahan-bahan (*material*), mesin (*machine*), dan cara/metode (*method*). Kadang unsur tersebut ditambah lagi unsur informasi (*information*).

Unsur-unsur manajemen logistik di atas biasa disebut 5 M yang diproses ke dalam pelaksanaan fungsi-fungsi manajemen logistik melalui asas-asas manajemen logistik, yaitu: (Abbas, 2012):

1. Koordinasi, yaitu mengkoordinir pekerjaan agar tidak terjadi tumpang tindih.
2. Integrasi, yaitu menyatukan ke dalam proses produksi.
3. Sinkronisasi, yaitu ketepatan dalam proses produksi.
4. Simplikasi, yaitu penyederhanaan pekerjaan.

Keempat asas manajemen logistik di atas biasanya disingkat KISS, yang menjadi dasar dan norma yang mengatur pelaksanaan fungsi-fungsi manajemen logistik. Abbas (2012) menyatakan tentang fungsi-fungsi manajemen logistik di antaranya sebagai berikut:

1. Fungsi perencanaan dan penentuan kebutuhan

   Fungsi ini mencakup aktivitas dalam menetapkan sasaran-sasaran, pedoman-pedoman, pengukuran penyelenggaraan bidang logistik.Penentuan kebutuhan merupakan

perincian (*detailing*) dari fungsi perencanaan, bilamana diperlukan semua faktor yang mempengaruhi penentuan harus diperhitungkan.

2. Fungsi penganggaran.

   Fungsi penganggaran terdiri dari kegiatan-kegiatan, usaha-usaha untuk merumuskan perincian penentuan kebutuhan dalam suatu skala standar, yaitu skala mata uang dan jumlah biaya dengan memperhatikan pengarahan dan pembatasan yang berlaku terhadapnya.

3. Fungsi pengadaan

   Fungsi pengadaan merupakan usaha-usaha dan kegiatan-kegiatan untuk memenuhi kebutuhan operasional yang telah digariskan dalam fungsi perencanaan, penentuan kebutuhan maupun penganggaran.

4. Fungsi penyimpanan dan penyaluran (alokasi).

   Fungsi ini merupakan pelaksanaan penerimaan, penyimpanan dan penyaluran material yang telah diadakan melalui fungsi-fungsi sebelumnya untuk kemudian disalurkan kepada instansi-instansi pelaksana.

5. Fungsi pemeliharaan.

   Fungsi ini merupakan usaha atau proses kegiatan-kegiatan untuk mempertahankan kondisi teknis, daya guna dan daya hasil material inventaris.

6. Fungsi penghapusan

   Fungsi ini merupakan kegiatan-kegiatan dan usaha-usaha pembebasan material dari pertanggungjawaban yang berlaku. Dengan kata lain, fungsi penghapusan adalah usaha untuk menghapus kekayaan (aset) karena kerusakan yang tidak dapat diperbaiki lagi, dinyatakan sudah tua dari segi ekonomis maupun teknis, kelebihan, hilang, susut dan karena hal-hal lain menurut peraturan perundang-undangan yang berlaku.

7. Fungsi pengendalian

   Fungsi ini merupakan inti pengelolaan perlengkapan yang meliputi usaha untuk memantau dan mengamankan keseluruhan pengelolaan logistik. Dalam fungsi ini di

antaranya terdapat kegiatan-kegiatan pengendalian inventarisasi (*inventory control*) dan *expediting* yang merupakan unsur-unsur utamanya.

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa logistik tidaklah berdiri sendiri, dalam arti memerlukan dukungan dari beberapa fungsi di dalamnya dan masing-masing fungsi saling berkaitan untuk menghasilkan terkendalinya kegiatan logistik tersebut.

2.1.2. Komponen Dalam Sistem Logistik

Ada 5 komponen yamg terhubung untuk membentuk sistem logistik, kelima komponen tersebut adalah sebagai berikut: (Abbas, 2012)

1. Struktur Lokasi Fasilitas

   Ada kelemahan dalam analisis ekonomik klasik yaitu mengabaikan lokasi fasilitas bagi penyelemggaraan oprasi, jumlah besar dan pengaturan geografis dari fasilitas – fasilitas yang di operasikan atau akan digunakan itu mempunyai hubungan langsung dengan kemampuan pelayanan terhadap kostumer perusahaan dan terhadap biaya logistiknya. (Abbas, 2012)

2. Transportasi

   Masalah transportasi telah demikian penting dalam manajemen operasi dan logistik. Penerapan meliputi lokasi efesien dari gudang dan pabrik, pola pengiriman yang optimal dari pabrik yang ada kegudang dan pola pengiriman yang optimal dari gudang yang ada ke pasar.

   Transportasi merupakan komponen yang penting dan paling banyak memakan biaya dalam manajemen distribusi fasis. Pada umumnya manajemen cenderung memusatkan pengendalian dan kegiatannya dimana pengeluaran relatif tinggi. Pengeluaran transportasi sampai kini masih merupakan komponen – komponen yang paling penting dari distribusi fasis, dan manajer distribusi fasis harus memiliki pengetahuan yang cukup mengenai berbagai model transportasi dan jasa, dan menguasai informasi yang diberikan oleh setiap mode dan informasi dari berbagai pengangkut dalam setiap mode. Semua pengiriman, baik untuk pemasukan bahan baku dan suku cadang maupun pengeluaran produk jadi yang biaya transportasinya ditanggung oleh perusahaan, ditangani oleh departemen distribusi fasis.

   (Khisty, 2014).

   Prasarana transportasi di pandang dari berbagai segi hukum dan ciri – ciri relatif dari masing – masing (mode) tansportasi dan sistem multi mode. Dalam

menentukan cara pengangkutan, fungsi jasa angkutan perlu memperhatikan segala faktor yang bertautan dengan pengangkutan. Faktor tersebut mencakup:

1. Keamanan barang selama perjalanan
2. Syarat – syarat kemasan
3. Waktu pengantaran yang tersedia
4. Masalah – masalah bongkar muat pada depot sementara (Intransit)
5. Masalah pembongkaran ditempat bea dan cukai
6. Citra perusahaan dan dampak perusahaan

Tanggung jawab jasa angkutan adalah menggunakan semua metode pengangkutan agar kepada penyelesaian terpadu dan terkoordinir, guna mencapai cara pengankutan yang paling efesien dari produk perusahaan, murah ketimbang produk yang sama dari perusahaan lain, ketika disajikan kepada calon pembeli.
(Kent, 2014).

Dalam suatu jaringan fasilitas, transportasi merupakan satu mata rantai penghubung. Manajemen transport dan lalu lintas mendapat banyak perhatian pada saat sekarang ini. Hampir setiap perusahaan dari ukuran apa saja mempunyai manajer lalu lintas yang bertanggung jawab terhadap pengelolaan program transportasi.
(Abbas, 2012)

Pada umumnya setiap perusahaan mempunyai tiga alternatif untuk menetapkan kemampuan transportasinya. Diantaranaya adalah sebagai berikut:

1. Armada peralatan swasta dapat dibeli atau disewa.
2. Kontrak khusus dapat diatur dengan spesialis transport untuk mendapatkan kontrak jasa – jasa pengangkutan.
3. Suatu perusahaan dapat memperoleh jasa – jasa dari suatu perusahaan transport berijin yang menawarkan pengangkutan dari suatu tempat ke tempat yang lainnya dengan biaya tertentu.

Ketiga transport tersebut dikenal sebagai *private, contact,* dan *common carriage.* Dilihat dari sudut pandang sistem logistik terdapat tiga faktor yang memegang peranan utama dalam menentukan kemampuan pelayanan transport yaitu masalah kecepatan, biaya, dan konsistensi.

Biaya transport terdiri dari pembayaran sesungguhnya untuk pengangkutan diantara dua tempat, plus ongkos yang berkaitan dengan pemilikan persediaan.

Sistem logistik hendaklah dirancang untuk meminimumkan biaya transport dalam hubungannyan dengan seluruh biaya sistem. (Abbas, 2012).

Kecepatan pelayanan transport adalah merupakan waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan suatu pengangkutan diantara dua lokasi terutama adalah masalah kecepatan dan biaya itu saling berkaitan. (Abbas, 2012).

3. Persediaan

Dalam merancang sistem logistik hendaklah dimantapkan suatu keseimbangan yang teliti antara biaya transport dengan mutu pelayanan. Ada tiga aspek yang harus diperhatikan karena berhubungan dengan sistem logistik. Diantaranya sebagai berikut:

a. Seleksi fasilitas yang menetapkan suatu struktur atau jaringan yang membatasi ruang lingkup alternatif.
b. Biaya dari pengangkutan fisik iti menyangkut lebih dari pada ongkos pengangkutan antar lokasi.
c. Seluruh usaha untuk mengintregasikan kemampuan transport kedalam suatu sistem yang terpadu.

   Yang penting adalah adanaya pemahaman mengenai hubungan yang integral diantara fasilitas, transportasi, dan persediaan. (Abbas, 2012).

4. Komunikasi

Komunikasi adalah kegiatan yang sering kali diabaikan dalam sistem logistik. en desain logistik suatu perusahaan, maka semakin peka ia terhadap gangguan dalam arus informasi. Sistem yang berimbang tidak memegang persediaan yang berlebihan. Dalam situasi demikian persediaan pengamanan perlu dipertahankan pada tingkat yang minimum berdasarkan kemampuan transportasi. Mutu dan

informasi yang tepat waktu merupakan faktor penentu yang utama dari kesetabilan dalam suatu sistem.

5. Penanganan Dan Penyimpanan

   Jika diintegrasikan secara efektif kedalam oprasi logistik suatu perusahaan, maka *handling* dan *storage* ini dapat mengurangi masalah yang berkaitan dengan kecepatan dan kemudahan pengangkutan barang melalui sistem tersebut.

2.2. Routing

Salah satu situasi paling lazim dalam operasi logistik adalah kebutuhan akan rute kendaraan transportasi. Masalahnya memilih urutan pengantaran *(delivery sequence)* kendaraan sedemikian rupa sehingga membuat kendaraan membutuhkan pemberhentian sementara guna meminimumkan waktu atau jarak dan perjalanan.

Perencanaan rute merupakan bagian penting untuk memcapai angkutan produk perusahaan dengan biaya paling minimal. Setiap kendaraan yang meninggalkan gudang harus mengikuti rute yang sesuai dengan jadwal yang telah direncanakan sebelumnya.

Akan tetapi pengemudilah yang mempunyai pengetahuan praktisnya dapat memberi jawaban pada kebanyakan masalah sehari – haritentang penyusunan rute kendaraan. Para pengemudi harus dianjurkan mengambil rute yang paling ekonomis dan cepat, mengambil keuntungan batas kecepatan tertinggi jalan – jalan dan kendaraan mereka, untuk kembali kepangkalan tanpa keterlambatan yang tidak pasti, agar menghasilkan penghematan biaya dalam jumlah yang besar. (Woodward, 2010).

Tiga tipe routing digambarkan dalam seksi ini, diantaranya adalah:

1. Tempat Asal Tujuan Terpisah

   Tujuan tipe routing ini adalah memilih urutan pemberhentian yang dapat meminimumkan jarak sementaratetap mengunjungi semua lokasi. Data yang dibutuhkan adalah tempat asal, daftar semua lokasi pengantaran, dan suatu ukuran tentang jarak maupun lamanya waktu antara semua lokasi. (Abbas, 2012).

2. Tempat – Tempat Asal Tujuan Yang Bersamaan

   Suatu yang lazim adalah mengirimkan sebuah kendaraan untuk banyak kali pengantaran dan penjemputan / pengambilan, dan akhirnya kembali kelokasi semula. Faktor yang menyulitkan adalah perlunya kembali ketempat asal sebagai tujuan akhir. Situasi ini bisa disebut sebagai masalah *traveling salesman* (wiraniaga keliling). Aneka ragam teknik analisis dan angka telah diterapkan orang untuk masalah ini. Prosedur pemecahan yang paling mungkin untuk masalah – masalah bersekala besar adalah prosedur non optimizing yang akan di gambarkan dibawah ini. (Abbas, 2012).

3. Routing Dengan Batas – Batas Kapasitas Kendaraan

   Tipe ketiga dari prosedur Routing ini adalah menambah batas – batas kapasitas kendaraan pada prosedur penyelesaian. Misalnya adalah menjadwalkan sejumlah

kendaraan dari suatu fasilitas sentral yang dipengaruhi tetapi tidak terbatas pada kendala – kendala yang berikut:

a. Kebutuhan pengantaran kesemua tempat haruslah dipenuhi.
b. Kapasitas kendaraan tidak boleh dilanggar.
c. Total waktu atau jarak yang ditempuh oleh suatu kendaraan tertentu tidak boleh melebihi jumlah yang telah ditentukan sebelumnya.

Algoritma penghematan adalah sebagai berikut:

1. Menentukan jumlah kendaraan yang digunakan untuk melakukan pengiriman.
2. Membuat matrix penghematan berdasarkan jarak tempuh dan waktu tempuh.
3. Mencari penghematan terbesar untuk menentukan kandidat penggabungan rute yang dimulai
4. Memilih sel yang dapat dikombinasikan menjadi satu rute pengiriman.
5. Prosedur ini dilakukan sampai tidak ada lagi rute yang dapat dikonsolidasi.

2.3. Vihicle Routing Problem (VRP)

Permasalahan dalam transportasi adalah *Vihicle Routing Problem (VRP).* Menurut Toth dan Vigo (2002) ” VRP adalah merancang *m*set rute kendaraan dengan biaya rendah dimana tiap kendaraan berawal dan berakhir di depot, setiap konsumen hanya dikunjungi sekali, serta total permintaan yang dibawa tidak melebihi kapasitas kendaraan. VRP pertamakali dikenalkan Dantzig dan Ramter pada tahun 1959. Solusi dari VRP yaitu menentukan sejumlah rute, yang masing-masing dilayani oleh satu kendaraan yang berasal dan berakhir pada depot, sehingga kebutuhan pelanggan terpenuhi, semua permasalahan operasional terselesaikan dan biaya transportasi secara umum di minimumkan.

Menurut Solomon (1987). Variasi dari VRP antara lain:

1. *Capasitated VRP*(CVRP) yaitu setiap kendaraan punya kapasitas yang terbatas.
2. *VRP With Time Windows* (VRPTW), yaitu setiap pelanggan harus disupplai dalam jangka waktu tertentu.
3. *Multiple Depot VRP* (MDVRP), yaitu distributor mempunyai banyak depot untuk menyuplai pelanggan.
4. *VRP With Pick-Up and Delivering* (VRPPD), yaitu pelanggan mungkin mengembalikan barang pada depot asal.
5. *Slipt Delivery VRP* (SDVRP), Yaitu pelanggan dilayani dengan kendaraan yang berbeda.
6. *Stochastic VRP* (SVRP), yaitu munculnya *'random values'*(seperti jumlah pelanggan, jumlah permintaan, waktu pelayanan atau waktu perjalanan).
7. *Periodic VRP*, yaitu pengantar hanya dilakukan dihari tertentu.

2.3.1. *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP)

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) adalah bentuk paling dasar dari VRP. CVRP adalah masalah optimasi untuk menentukan rute dengan biaya minimal, untuk sejumlah kendaraan dengan kapasitas tertentu yang homogen, yang melayani permintaan sejumlah pelanggan yang kuantitas permintaannya telah diketahui sebelum pengiriman berlangsung.

Terdapat berbagai cara penyelesaian CVRP, antara lain::

a) Algoritma *Carke & wright savings* merupakan metode untuk meminimalkan jarak dan biaya dengan melakukan pemilihan terhadap rute.

b) *Exact optimization* seperti *integer* programing akan diperlukan waktu komputasi yang sangat lama, terutama untuk problem berukuran besar.

c) Pendekatan heuristik, yaitu metode optimasi yang berbasis pada *local search*. Proses pencarian bergerak dari satu solusi ke solusi berikutnya, dengan cara memilih solusi terbaik *neighbourhood*solusi sekarang yang tidak tergolong solusi terlarang. Metode ini bertujuan untuk menentukan rute yang optimal dan meminimasi jarak.

d) Metode Cross Entropy (CE) Merupakan metode optimasi yang harus dikembangkan dengan 2 prosedur utama yaitu melakuakan*generate sample* data dengan distribusi tertentu dan melakukan update parameter distribusi berdasarkan

contoh terbaik untuk menghasilkan contoh yang lebih baik pada interasi berikutnya.

Pada dasarnya, dalam CVRP, kendaraan akan memulai perjalaan dari depot untuk melakukan pengiriman ke masing-masing pelanggan dan akan kembali ke depot. Diasumsikan jarak atau biaya perjalanan antara semua lokasi telah diketahui. Jarak antara dua lokasi adalah simetris, yang berarti jarak dari lokasi A ke lokasi B sama dengan jarak dari lokasi B ke lokasi A. Tonci Caric and Hrvoje Gold, (2008) mendefinisikan CVRP sebagai suatu graf berarah $G = (V,A)$ dengan $V = \{v0, v1, v2,...,vn,vn+1\}$ adalah himpunan node (*verteks),v0* menyatakan depot dan *vn+1* merupakan depot semu dari *v0* yaitu tempat kendaraan memulai dan mengakhiri rute perjalanan. Sedangkan $A = V, i \neq j\}$ adalah himpunan sisi berarah yang merupakan himpunan sisi yang menghubungkan antar node. Setiap node *V* memiliki permintaan (*demand*) sebesar *q*i.

Himpunan} merupakan himpunan kendaraan yang homogen dengan kapasitas yang identik yaitu , sehingga panjang setiap rute dibatasi oleh kapasitas kendaraan. Setiap node ( ) memiliki jarak tempuh *Cij* yaitu jarak dari node *i* ke node *j*. Jarak perjalanan ini diasumsikan simetrik yaitu *Cij*=*Cji* dan *Cii*=0. Permasalahan dari CVRP adalah menentukan himpunan dari *K* rute kendaraan yang memenuhi kondisi berikut:

1. Setiap rute berawal dan berakhir di depot.
2. Setiap konsumen harus dilayani tepat satu kali oleh satu kendaraan
3. Total permintaan konsumen dari setiap rute tidak melebihi kapasitas kendaraan.
4. Total jarak dari semua rute diminimumkan.

2.3.2 *Vihecle Routing Problem with Time Windows*

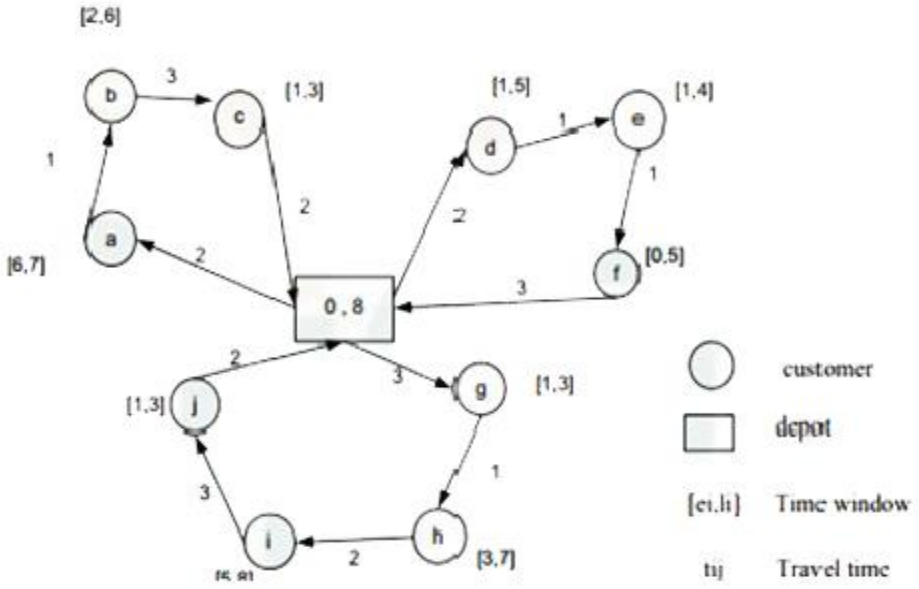
Menurur Toth & Vigo (2014), *Vihecle Routing Problem with Time Windows*adalah perluasan dari *capacitatd vihecleRouting Problem*dimana pelayanan setiap *customer* harus memulai dari interval waktu yang berhubungan dan disebut *time windows* atau jendela waktu. “Dalam kasus *hard time windows*, kendaraan dating terlalu cepat dan harus menunggu hingga *customer* siap dilayani dimana pada umumnya tidak diperlukan biaya menunggu. Sementara dalam kasus *soft time windows* setiap *time windows* dapat dilanggar dengan menanggung biaya pinalti.

VRPTW memiliki tujuan yakni meminimalkan banyaknya keseluruhan kendaraan yang digunakan untuk melayani *customer* dan meminimalkan biaya perjalanan seluruh kendaraan dengan tetap memenuhi batasan-batasan.

Batasan-batasan tersebut antara lain:

a) Setiap *customer* haya dilayani satu kali
b) Batasan *time windows* harus dipenuhi
c) Total permintaan dari setiap rute tidak boleh melampoi batas kapasitas kendaraan
d) Setiap kendaraan harus mulai dan berakhir di depot

Sandhya & Kumar (2013) menggambarkan ilustrasi dari permasalahan VRPTW sederhana sebagai berikut:



Gambar 2.1

2.4 Model Matematis VRPTW

Model matematis VRPTW yang dikembangkan seringkali mempunyai fungsi tujuan yang beragam. Azi (2007) memformulasikan VRPTW dengan tujuan untuk mengurangi jarak keseluruhan untuk melayani *customer* dengan tetap memenuhi batasan kapasitas, itime windows dan *deadline.* Kallehauge (2001), mengembangkan model matematis VRPTW dalam bentuk secara umum dengen fungsi tujuan meminimalkan *total cost* dan batasan bahwa setiap *customer* dilayani satu kali, setiap rute berawal dan berakhir di depot, batasan*time windows* dan batasan kapasitas.

Model matematis Kallehuage (2001) memiliki notasi diantaranya, sebagai berikut:

V = Kumpulan kendaraan dengan kapasitas yang sama

C = Kumpulan *customer*

G = Grafik berarah yang terdiri dari | C | + 2 *vertices*

N = Kumpulan titik yang terdiri dari *customer* dan depot

0 = Depot sebagai awal rute

N+1 = Depot sebagai akhir rute

q = Kapasitas kendaraan

d*i* = Permintaan *Customer*

C*ij* = Biaya

T*ij* = Waktu perjalanan ditambah waktu pelayanan

a*i*b*i* = *time windows*

Model VRPTW memaksa kendaraan harus tiba pada *customer* sebelum b*i,* tetapi dapat datang sebelum a*i* dengan kosekuensi kendaraan harus menunggu sampai *customer* siap dilayani yakni setelah a*i*. Depot memiliki *time windows* yang diasumsikan identik yang disebut *scheduling horizon* atau horizon penjadwalan dan dinotasikan dengan [a*o*,b*o*]. Kendaraan tidak boleh meninggalkan depot sebelum a*o* dan harus kembali sebelum b*n*+1.

Model Kallehuage (2001) terdiri dari dua variable keputusan yakni *x*dan *s*. Untuk setiap (*i,j*), dimana $i \neq j, i \neq n+1, j \neq 0$, dan setiap kendaraan *k, Xij* didefinisikan

$$x_{ijk} = \begin{cases} 0 & jika\ kendaraan\ k\ tidak\ melakukan\ perjalanan\ dari\ titik\ i\ ke\ titik \\ 1 & jika\ kendaraan\ k\ melakukan\ perjalanan\ dari\ titik\ i\ ke\ titik \end{cases}$$

Variable keputusan S*ik* menunjukkan waktu dimulai pelayanan pada *customer I* oleh kendaraan *k.* jika kendaraan *k* tidak melayani *customer i,* maka S*ik* tidak berarti apapun. Ada pun model matematisnya ditulis sebagai berikut:

$$Z_{VRPTW} = \text{minimize} \sum_{k \in V} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

Batasan:

$$\sum_{k \in V} \sum_{i \in N} x_{ijk} = 1 \qquad \forall_i \in C \quad (2)$$

$$\sum_{i \in C} d_i \sum_{j \in N} x_{ijk} \leq q \qquad \forall_k \in V \quad (3)$$

$$\sum_{j \in N} x_{0jk} = 1 \qquad \forall_k \in V \quad (4)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ihk} - \sum_{j \in N} x_{hjk} = 0 \qquad \forall_h \in C, \forall_k \in V \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i,n+1,k} = 1 \qquad \forall_k \in V \quad (6)$$

$$s_{ik} + t_{ij} - K(1 - x_{ijk}) \leq s_{jk} \qquad \forall_{i,j} \in N, \forall_k \in V \quad (7)$$

$$a_i \leq s_{ik} \leq b_i \qquad \forall_i \in N, \forall_k \in V \quad (8)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \qquad \forall_{i,j} \in N, \forall_k \in V \quad (9)$$

Fungsi tujuan yang digambarkan dengan persamaan (1) menyatakan bahwa tujuan dari model kellahuage (2001) yakni untuk meminimalkan biaya perjalanan. Batasan yang dirumuskan dengan persamaan (2) menyatakan bahwa setiap *customer* dikunjungi satu kali. Batasan (3) menunjukkan bahwa kendaraan tidak boleh melebihi kapasitas yang diperbolehkan .batasan (4) menunjukkan bahwa setiap kendaraan bermula dari depot. Batasan (5) menunjukkan bahwa setelah mengunjungi satu *customer* maka kendaraan akan pergi meninggalkan *customer* tersebut menuju *customer* selanjutnya. Dan batasan (6) menyatakan bahwa setiap kendaraan akan berakhir di depot. Batasan (7) digunakan untuk menyatakan kendaraan *k* tidak diperbolehkan sampai di *customer j* sebelum S*ik* + *Tij*atau sebelum waktu dimulai pelayanan dan waktu perjalanan dari *i* ke *j,* dimana *k* merupakan bilangan rill yang bernilai besar. Batasan (8) memastikan bahwa batasan *time windows* masing-masing *customer* terpenuhi dan batasan (9) menyatakan bahwa variable keputusan X*ijk* bernmilai biner. Sebagai catatan bahwa, kendaraan yang tidak dipergunakan akan memiliki rute kosong 0,*n* + 1.